Mathematisches Institut der LMU
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2024
ueb03

Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 8. (4 Punkte)
Die Substitution einer einstelligen Prädikatenvariablen P durch den „Komprehensionsterm“ $\{ x \mid B(x) \}$ sei für Formeln A und Herleitungen M wie folgt definiert. Schreibweise: $A[P/\{ x \mid B(x) \}]$ oder kurz $A[P/B]$, und für Herleitungen $M[P/B]$.

- $A[P/B]$ entsteht durch Ersetzen aller Vorkommen von P in A durch $\{ x \mid B(x) \}$, und
- $M[P/B]$ durch Ersetzen aller Formeln A in M durch $A[P/B]$.

Zeigen Sie
$$\Gamma \vdash A \quad \text{impliziert} \quad \Gamma[P/B] \vdash A[P/B].$$

Aufgabe 9. (4 Punkte)
Es seien $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ Informationssysteme. Beweisen Sie:

(i) Jedes Ideal in $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ ist eine approximierbare Abbildung von $\boldsymbol{A}$ nach $\boldsymbol{B}$.
(ii) Jede approximierbare Abbildung von $\boldsymbol{A}$ nach $\boldsymbol{B}$ ist ein Ideal in $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$.

Aufgabe 10. (4 Punkte)
Beweisen Sie, daß für approximierbare Abbildungen r und s und für stetige Funktionen f und g folgendes gilt.

(a) $s \circ r := \{ (U, c) \mid \exists_V ((V, c) \in s \wedge (U, V) \subseteq r) \}$ ist eine approximierbare Abbildung (wobei $(U, V) := \{ (U, b) \mid b \in V \}$), und
(b) $|s \circ r| = |s| \circ |r|$, $\quad \widehat{g \circ f} = \hat{g} \circ \hat{f}$.

Aufgabe 11. (4 Punkte)
Werten Sie die Datei `natplus.scm` (auf der Vorlesungsseite) aus. Beweisen Sie dann die Assoziativität und Kommutativität von `+` wie folgt. Die Beweise kann man jeweils durch passende Induktionen führen.

```
(set-goal "all n 0+n=n")
(set-goal "all n,m Succ m+n=Succ(m+n)")
(set-goal "all n,m,l n+(m+l)=n+m+l")
(set-goal "all n,m n+m=m+n")
```

Abgabe. Mittwoch, 8. Mai 2024, 10:00. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe finden Sie in ueb03.scm auf der Vorlesungsseite. Gebraucht wird natplus.scm, auch auf der Vorlesungsseite. Die Lösungen für die Aufgaben 8, 9 und 10 als `pdf`-Datei und für 11 als `scm`-Datei bitte abgeben über Uni2work.