Übungen zur Vorlesung „Logik II: Beweise und Programme“

Aufgabe 5. (6 Punkte)

(a) Geben Sie eine Herleitung an für

$$(\neg\neg B \to B) \to \tilde{\exists}_x A \to \forall_x (A \to B) \to B \qquad (x \notin \mathrm{FV}(B)).$$

(b) Geben Sie den zugehörigen Herleitungsterm an.

(c) Formalisieren Sie in Minlog die Herleitung aus (a).

(d) Wenden Sie `proof-to-expr-with-formulas` auf die in Minlog formalisierte Herleitung aus (a) an.

Aufgabe 6. (4 Punkte)

Ein Informationssystem $\boldsymbol{A} = (A, \mathrm{Con}, \vdash)$ heißt kohärent, wenn es folgende Eigenschaft hat: $U \subseteq A$ ist konsistent wenn alle zweielementigen Teilmengen von U konsistent sind. Zeigen Sie, daß die Kohärenz von $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ aus der Kohärenz von $\boldsymbol{B}$ folgt.

Aufgabe 7. (6 Punkte)

Es sei $\boldsymbol{A} = (A, \mathrm{Con}, \vdash)$ ein Informationssystem. Für jedes $U \in \mathrm{Con}$ definieren wir $\mathcal{O}_U \subseteq |\boldsymbol{A}|$ durch

$$\mathcal{O}_U := \{\, x \in |\boldsymbol{A}| \mid U \subseteq x \,\}.$$

(a) Zeigen Sie, daß $\mathcal{B} := \{\, \mathcal{O}_U \mid U \in \mathrm{Con} \,\}$ Basis einer Topologie auf $|\boldsymbol{A}|$ ist, d.h., daß es für beliebige $U, V \in \mathrm{Con}$ und $x \in \mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V$ ein $W \in \mathrm{Con}$ gibt mit $x \in \mathcal{O}_W \subseteq \mathcal{O}_U \cap \mathcal{O}_V$.

Es sei $\mathcal{O} \subseteq |\boldsymbol{A}|$ offen in der durch $\mathcal{B}$ erzeugten Topologie. Zeigen Sie, daß für all $x, y \in |\boldsymbol{A}|$ gilt:

(b) Ist $x \in \mathcal{O}$ und $x \subseteq y$, so ist auch $y \in \mathcal{O}$.

(c) Ist $x \in \mathcal{O}$, so gibt es ein $U \subseteq x$ mit $\overline{U} \in \mathcal{O}$.

Abgabe. Mittwoch, 1. Mai 2024, 10:00, über Uni2work. Die Lösungen für die Aufgaben 5a,b, 6 und 7 bitte als `pdf`-Datei und für 5c,d als `scm`-Datei abgeben über Uni2work.