MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Priv. Doz. Dr. D. Jakubassa

WS 11/12
Blatt 1
21.10.11

Klausurenkurs Funktionentheorie

1.1. Gegeben sei die Potenzreihe

$$F(z) \;=\; \sum_{n=0}^{\infty} c_n \, z^n,$$

wobei die Koeffizienten c_n rekursiv definiert sind:

$$c_0 \;=\; 0, \quad c_1 \;=\; 1, \qquad c_n \;=\; \sum_{k=1}^{n-1} c_k \, c_{n-k}, \quad n \geq 2.$$

(a) Zeigen Sie

$$F(z) \;=\; z \,+\, F^2(z).$$

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius von $F(z)$.
Hinweis: Benutzen Sie Teil (a).

1.2. Sei $\epsilon > 0$. Zeigen Sie, dass die Reihe

$$f(z) := \sum_{n=1}^{\infty} e^{in^2 z}$$

für Im $z \,\geq \epsilon$ gleichmäßig konvergiert, und berechnen Sie

$$\lim_{y \to \infty} \; f(iy).$$

1.3. Sei $G \subset \mathbb{C}$ beschränkt, offen, zusammenhängend, nichtleer.
Sei $\alpha > 0$ und $f : \overline{G} \to \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$,

$$f(z) \;=\; \prod_{j=1}^{n} |z - w_j|^{\alpha}, \qquad w_1, ..., w_n \in \mathbb{C}, \;\; n \in \mathbb{N}.$$

a) Zeigen Sie:

$$\sup_{z \in \overline{G}} \; f(z) \;=\; \max_{z \in \overline{G}} \; f(z).$$

b) Sei $z_0 \in \overline{G}$ mit $f(z_0) = \max\limits_{z \in \overline{G}} f(z)$. Zeigen Sie, dass $z_0 \in \partial G$.

Besprechung: Mittwoch, den 26.10.11