LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. Werner Bley
Sommersemester 2024

29. April 2024

Algebraische Zahlentheorie II
Übungsblatt 3

Aufgabe 1
Sei k ein algebraischer Zahlkörper und J_k die Gruppe der Idele. Zeigen Sie, dass die Untergruppe der Hauptidele eine diskrete Untergruppe von J_k ist.

Aufgabe 2
Sei k ein algebraischer Zahlkörper. Für eine endliche Stellenmenge S von k sei

$$J_k^S := \prod_{v \in S} k_v^\times \times \prod_{v \notin S} U_v.$$

Die S-Idelklassengruppe ist definiert durch $C_k^S := J_k^S k^\times / k^\times$.

Zeigen Sie, dass es eine endliche Stellenmenge S gibt, so dass $J_k = J_k^S k^\times$. Für jede solche Menge S gilt $C_k = C_k^S$.

Aufgabe 3
Sei k ein algebraischer Zahlkörper und $K = k(1)$ der Hilbertsche Klassenkörper. Es bezeichne U_k die Gruppe der Einheitsidele. Zeigen Sie:

a) $J_k / k^\times U_k \simeq \mathrm{cl}_k$.

b) Bestimmen Sie den Kern der Artinabbildung $(\ , K/k) \colon J_k \longrightarrow \mathrm{Gal}(K/k)$.

Es ist derzeit keine Abgabe der Übungsblätter geplant. Wir werden Teile des Übungsblattes in der Übung besprechen, zu ausgewählten Aufgaben wird es auch Lösungsvorschläge online geben.